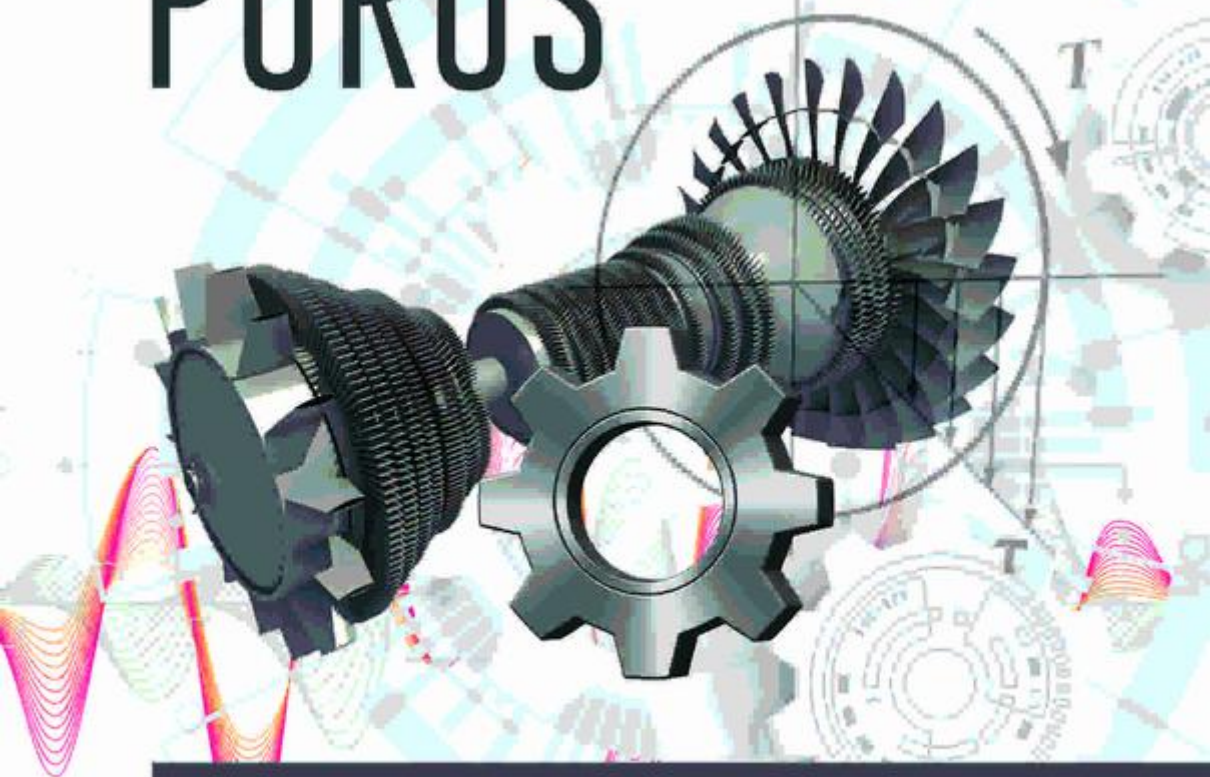


FAUZAN



GETARAN TORSI PADA POROS



GETARAN TORSI PADA POROS

F A U Z A N



GETARAN TORSI PADA POROS

Ditulis oleh:

Fauzan

Diterbitkan, dicetak, dan didistribusikan oleh
PT Literasi Nusantara Abadi Grup
Perumahan Puncak Joyo Agung Residence Blok B11 Merjosari
Kecamatan Lowokwaru Kota Malang 65144
Telp : +6285887254603, +6285841411519
Email: literasinusantaraofficial@gmail.com
Web: www.penerbitlitnus.co.id
Anggota IKAPI No. 340/JTI/2022



Hak Cipta dilindungi oleh undang-undang. Dilarang mengutip atau memperbanyak baik sebagian ataupun keseluruhan isi buku dengan cara apa pun tanpa izin tertulis dari penerbit.

Cetakan I, Desember 2025

Perancang sampul: Rosyiful Aqli
Penata letak: D Gea Nuansa

ISBN : 978-634-234-853-6

iv + 48 hlm. ; 15,5x23 cm.

©Desember 2025

Daftar Isi

Daftar Isi	iii
------------------	-----

BAB 1

Pendahuluan	1
--------------------------	----------

A. Metode Elemen Hingga.....	1
B. Metode Elemen Hingga untuk Getaran.....	1
C. Metode Elemen Hingga untuk Geratan pada Poros	2

BAB 2

Teori Getaran Torsi pada Poros	3
---	----------

A. Kondisi Sistem Jepit-Bebas (Kantilever).....	5
B. Sistem Jepit-Jepit.....	5

BAB 3

Metode Elemen hingga untuk Getaran Torsi	7
---	----------

A. Konsep Dasar Elemen Hingga	7
B. Perhitungan Getaran Dengan Metode Elemen Hingga.....	7
C. Faktor Kesalahan Perhitungan Metode Elemen Hingga	18

BAB 4

Contoh Perhitungan Metode Elemen Hingga dan Teori untuk Getaran Torsi	19
--	-----------

A. Contoh Perhitungan	19
B. Perhitungan dengan Metode Elemen Hinggga.....	21

BAB 5

Perhitungan Metode Elemen Hingga untuk

Getaran Torsi Menggunakan Matlab27

A. Algoritma Program.....27

B. Program Matlab.....29

C. Diagram Alir Program31

BAB 6

Analisis Metode Elemen Hingga untuk Getaran

Torsi Menggunakan Matlab 39

A. Frekuensi Pribadi (ω_n).....39

Daftar Pustaka.....47



BAB 1

Pendahuluan

A. Metode Elemen Hingga

Metode Elemen Hingga (MEH) merupakan metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan teknik dan problem matematis dari suatu gejala phisis. Tipe masalah teknik dan phisis yang dapat diselesaikan dengan metode elemen hingga terbagi dalam dua kelompok yaitu kelompok analisis struktur (analisis tegangan, *buckling* dan analisis getaran) dan non struktur (perpindahan panas dan massa, mekanika fluida dan distribusi dari potensial listrik dan magnet).

B. Metode Elemen Hingga untuk Getaran

Dalam menganalisis masalah getaran, MEH membantu mempermudah dalam penyelesaian masalah sistem getaran, baik sistem massa terpusat maupun sistem kontinu. Sistem massa terpusat merupakan sistem getaran yang gaya elastisnya terpusat pada pegas sedangkan sistem kontinu adalah gaya elastis terbagi merata seperti pada kabel, batang, balok, poros dan lain-lain. Penyelesaian dengan metode analitik konvensional untuk kedua sistem getaran ini sulit untuk dipahami khususnya sistem kontinu. Demikian pula untuk sistem yang lebih kompleks penggunaan analitik konvensional cukup rumit sehingga jarang digunakan, maka cenderung menggunakan teori pendekatan untuk mempermudah pemecahannya. Salah satunya yakni solusi numerik dengan

menggunakan metode elemen hingga yang penyelesaiannya dengan bantuan program pada sebuah komputer.

Perkembangan teknologi komputer membuat para rekayasawan dan para insinyur terus menciptakan perangkat lunak (*software*) yang lebih mudah digunakan, lebih praktis dan menganalisis lebih cepat tanpa mengurangi ketepatan dan ketelitiannya. Program simulasi membantu dalam mendalami getaran eksperimental tanpa harus melakukan praktek pengujian. Serta menghemat waktu dalam mempelajari getaran dan juga dapat mengatasi keterbatasan ketersediaan alat uji getaran.

C. Metode elemen hingga untuk getaran pada poros

Pada massa terpusat telah dikembangkan getaran bebas dan paksa untuk sistem satu dan dua derajat kebebasan, sedangkan sistem kontinu yang berupa batang kantilever hanya untuk getaran bebas. Pemilihan geometri poros bulat solid sangat penting karena hampir semua sistem dinamis menggunakannya, misalnya pada *driveshaft* dari mobil, poros (*shaft*) pada turbin, *propeller drive* pada kapal laut, poros baling-baling pada pesawat dan lain-lain.

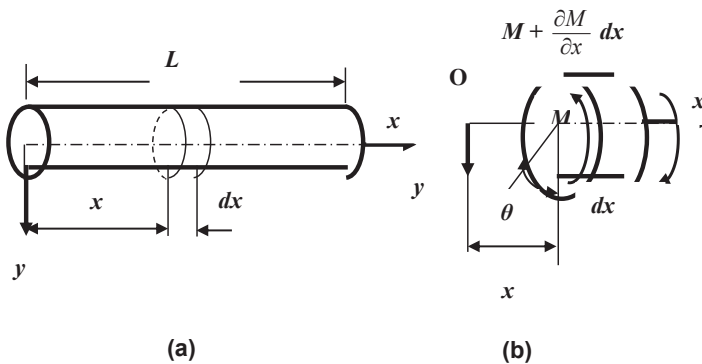
Analisis getaran torsional seringkali digunakan untuk mendeteksi gangguan atau kerusakan pada sistem dinamis. Dengan getaran torsional dapat diketahui masalah *gear noise* (kebisingan roda gigi), *gear tooth failure* (kegagalan roda gigi), *key failure* (kegagalan pasak), *broken shaft* (kerusakan poros) dan kasus-kasus yang lainnya.



BAB 2

Teori Getaran Torsi pada Poros

Getaran torsional merupakan getaran sudut periodik poros elastis dengan rotor bulat yang diikatkan kepadanya. Sebuah poros bulat seperti gambar 2.1, terbuat dari material dengan massa jenis ρ , modulus geser G , panjang poros L dan momen inersia polarnya adalah J . Koordinat x berada sepanjang sumbu poros ditarik dari kedua ujung permukaan. Maka diperoleh penurunan persamaan $\theta(x,t)$ berupa perputaran sudut pada poros,



Gambar 2.1. Efek torsi pada sebuah poros. (a) Koordinat–koordinat simpul torsi. (b) Momen–momen yang bekerja pada sebuah elemen differensial.

Untuk kondisi statis-elastis, hubungan sudut puntiran untuk poros dengan penampang bundar adalah,

$$\Delta\theta = \frac{M\Delta L}{GJ} \text{ atau } \frac{\Delta\theta}{\Delta L} = \frac{M}{GJ} \quad (1)$$

Hubungan antara θ sebagai fungsi t dan x ,

$$\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{M}{GJ}$$

Maka turunan parsialnya adalah,

$$\frac{\partial M}{\partial x} = GJ \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \quad (2)$$

Diagram benda bebas elemen diferensial mempunyai persamaan differensial gerak rotasi elemen adalah,

$$\left(M + \frac{\partial M}{\partial x} dx \right) - M = I \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} \quad (3)$$

Dengan melakukan substitusi persamaan (2) ke (3) diperoleh,

$$GJ \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} dx = dx \rho J \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

$$\text{Dimana } c = \sqrt{G/\rho} \quad (6)$$

Sehingga persamaan gerak harmonis torsional adalah,

$$\theta(x,t) = \left(A \sin \frac{\omega}{c} x + B \cos \frac{\omega}{c} x \right) (C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t) \quad (7)$$



BAB 3

Metode Elemen hingga untuk Getaran Torsi

A. Konsep Dasar Elemen Hingga

Dasar dari metode elemen hingga adalah membagi benda kerja menjadi elemen-elemen kecil yang jumlahnya berhingga sehingga dapat menghitung reaksi akibat beban (*load*) pada kondisi batas (*boundary condition*) yang diberikan. Dari elemen-elemen tersebut dapat disusun persamaan-persamaan matriks yang biasa diselesaikan secara numerik dan hasilnya menjadi jawaban dari kondisi beban yang diberikan pada benda kerja tersebut.

Metode elemen hingga (MEH) dapat mengubah suatu masalah yang memiliki jumlah derajat kebebasan tidak berhingga menjadi suatu masalah dengan jumlah derajat kebebasan tertentu sehingga proses pemecahannya lebih sederhana. Dalam beberapa hal metode ini merupakan metode *computer oriented* yang harus dilengkapi dengan program-program komputer digital yang tepat.

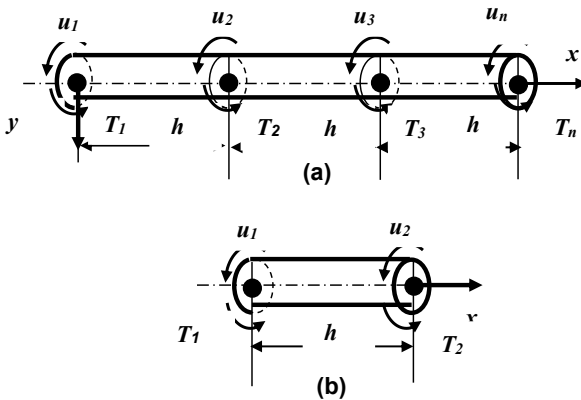
B. Perhitungan Getaran dengan Metode Elemen Hingga

Dalam perhitungan getaran dengan metode elemen hingga dilakukan dengan tahapan-tahapan sebagai berikut, yaitu : Pertama, menentukan jumlah elemen atau dengan istilah diskretisasi elemen, lalu menyusun matriks massa dan

kekakuan, kemudian matriks tersebut ditransformasikan dari koordinat lokal ke koordinat global dari sistem. Matriks global yang telah dibuat dimasukkan syarat-syarat batas tergantung dari kondisi geometri sistem. Frekuensi pribadi dan modus getar diperoleh setelah mendapatkan nilai eigen dan vektor eigen pada getaran bebas. Sedangkan perpindahan sudut pada setiap titik simpul diperoleh dengan memasukkan gaya luar yang diberikan untuk getaran paksa. Dengan demikian dapat diperoleh respon dinamis yang terjadi pada poros akibat dari adanya gaya eksitasi berupa sinusoidal.

1. Diskritisasi Sistem

Diskritisasi merupakan pembagian sistem atau struktur menjadi elemen-elemen yang lebih kecil. Sebuah sistem kontinu berupa poros *uniform* yang dibagi atas n elemen dengan luas dan panjang l elemen masing-masing sama, seperti pada gambar 3.1.



Gambar 3.1 (a) Diskritisasi atas n elemen dengan panjang h (b) Elemen lokal, perpindahan sudut u_1 dan u_2

Persamaan umum getaran torsi adalah,

$$\theta(x,t) = \phi_1(x)u_1 + \phi_2(x)u_2 \quad (18)$$

Dimana ϕ adalah modus getar dan u_1 dan u_2 perpindahan sudut.

BAB 4

Contoh Perhitungan Metode Elemen Hingga dan Teori untuk Getaran Torsi

Misalkan poros bulat berbahan baja karbon dengan sifat-sifat :

- Massa Jenis (ρ) : 7850 kg/m³
- Modulus Geser (G) : 80 Gpa = 80 x 10⁹ N/m²
- Momen Inersia Polar (J) = $\frac{\pi R^4}{2} = \frac{(3,14)(0,003)^4}{2} = 1,27 \times 10^{-10} \text{ m}^4$

Dimensi dari poros :

1. Panjang (L) = 1,2 m
2. Diameter (d) = 6 mm = 0,006 m

Perhitungan frekuensi berdasarkan material dan dimensi poros,

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi d^4 G}{32 J L}} = \frac{1}{2(3,14)} \sqrt{\frac{3,14(0,006)^4(80 \times 10^9)}{32(1,27 \times 10^{-10})1,2}}$$

$$\omega = \frac{1}{6,28} \sqrt{\frac{325,555}{4,876 \times 10^{-9}}} = 4,114 \times 10^4 \text{ rad/dtk}$$

1. Sistem kondisi kantilever

Perhitungan secara eksak untuk frekuensi pribadi pada sistem kantilever diperoleh dengan menerapkan persamaan (10) yaitu,

$$\omega_n = \frac{\pi(2n-1)}{2L} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{mode } (n) = 1,2,3$$

$$\omega_{n1} = \frac{3,14((2 \times 1) - 1)}{2(1,2)} \sqrt{\frac{80 \times 10^9}{7850}} = 4176 \text{ rad/dtk}$$

Dengan cara yang sama diperoleh untuk mode 2 dan 3 yaitu,

$$\omega_{n2} = 12529 \text{ rad/dtk}$$

$$\omega_{n3} = 20883 \text{ rad/dtk}$$

Perhitungan modulus getar secara eksak untuk sistem kantilever, sesuai persamaan (11), yaitu,

$$\phi_n(x) = \sin(2n-1) \frac{\pi x}{2L} \quad x = L/2 = 0,6$$

$$\phi_1(0,6) = \sin((2 \times 1) - 1) \frac{180^\circ \times 0,6}{2 \times 1,2} = 0,707$$

Dengan cara yang sama diperoleh untuk mode 2 dan 3 yaitu,

$$\phi_2(0,6) = 0,707$$

$$\phi_3(0,6) = -0,707$$

2. Sistem kondisi kantilever

Perhitungan eksak dari frekuensi pribadi untuk sistem ini, sesuai pers. (13) aitu,

$$\omega_n = \frac{\pi n}{L} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{mode } (n) = 1,2,3$$

$$\omega_{n1} = \frac{3,14(1)}{1,2} \sqrt{\frac{80 \times 10^9}{7850}} = 8353 \text{ rad/dtk}$$

Dengan cara yang sama diperoleh nilai-nilai untuk mode berikutnya,

$$\omega_{n2} = 16706 \text{ rad/dtk} \quad \omega_{n3} = 25059 \text{ rad/dtk}$$

Perhitungan modulus getar untuk sistem ini sesuai persamaan (14) yaitu,



BAB 5

Perhitungan Metode Elemen Hingga untuk Getaran Torsi Menggunakan Matlab

A. Algoritma Program

Untuk mensimulasikan sistem dinamis, algoritma-algoritma yang digunakan untuk penyelesaian masalah getaran dengan menerapkan metode elemen hingga (MEH).

Langkah pertama, penyusunan matriks kekakuan dan massa dengan bentuk,

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_2 & & & & \vdots \\ \vdots & & \dots & & & 0 \\ 0 & & & K_j & & \vdots \\ \vdots & & & & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & K_{n_n} \end{bmatrix} \quad (77)$$

Dinamakan n_n = jumlah titik simpul, $K = K_1 = K_2 = K_j$, atau biasa disebut kekakuan torsi, persamaannya adalah,

$$K = \int_V B^T E B dV \quad (78)$$

Matriks regangan-peralihan atau $B = \frac{r}{L} [-1 \quad 1]$, r = jari-jari poros dan L = panjang poros, V = Volume poros, sedangkan E atau G = modulus geser material. Persamaan (82) dapat diubah menjadi,

$$K = \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{Gr^2}{L^2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} r dr d\theta dx$$

Atau,
$$K = \frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (79)$$

Dimana J adalah momen inersia polar.

$$J = \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3 dr d\theta = \frac{\pi R^4}{2} \quad (80)$$

Adapun untuk matriks massa digunakan matriks terkumpul yaitu,

$$[M] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_2 & & & & \vdots \\ \vdots & & \dots & & & 0 \\ 0 & & & M_j & & \vdots \\ \vdots & & & & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & M_{n_n} \end{bmatrix} \quad (81)$$

Matriks massa berupa matriks diagonal M_j dan n_n adalah jumlah titik simpul. $M_j = M$ diperoleh dari persamaan,

$$M = h^{-T} \int_0^L \rho J g^T g dx h^{-1}$$

$$M = \frac{\rho J G}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (82)$$

Dimana matriks $h^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix}$, matriks $g^T g = \begin{bmatrix} 1 & x \\ x & x^2 \end{bmatrix}$ dan

$$h^{-T} = \frac{1}{L^3} \begin{bmatrix} L^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L^3 & 0 & 0 \\ -3L & -2L & 3L & -L^2 \\ 2 & L & -2 & L \end{bmatrix} \quad (83)$$

Langkah kedua, matriks kekakuan dan matriks massa direduksi sesuai dengan kondisi geometrik dari sistem. Hal yang mempengaruhi bentuk matriks kekakuan dan matriks massa tereduksi adalah perubahan yang terjadi pada vektor perpindahan $\{\bar{U}\}$ atau dapat ditulis dalam bentuk,



BAB 6

Analisis Metode Elemen Hingga untuk Getaran Torsi Menggunakan Matlab

A. Frekuensi pribadi (ω_n)

Frekuensi pribadi merupakan frekuensi sistem yang mempunyai getaran bebas tanpa gesekan. Hasil dari frekuensi pribadi ditentukan dari eksekusi program yang merupakan akar dari nilai eigen. Hasil perhitungan frekuensi pribadi memberikan pola yang hampir sama untuk setiap mode.

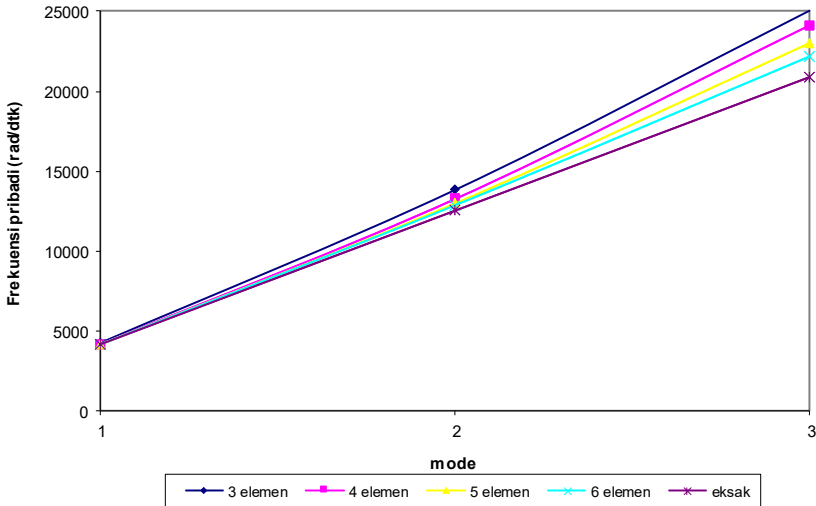
Berikut ini merupakan tabel dan grafik hasil perhitungan secara numerik dan perhitungan eksak frekuensi pribadi untuk tiga mode pertama dari sistem kantilever,

Tabel 1. Frekuensi Pribadi (rad/dtk) kantilever

Mod e	MEH 3 eleme n	Erro r (%)	MEH 4 eleme n	Erro r (%)	MEH 5 eleme n	Error (%)	MEH 6 eleme n	Error (%)	Eksa k
1	4227	1.22 1	4206	0.71 8	4196	3	4191	0.4789 3	4176
2	13823	10.3 3	13267	5.89	13004	3.7912	12860	2.6418 7	1252 9

		20.0		15.4		10.324			2088
3	25077	8	24101	1	23039	2	22136	6.0001	3

Grafik 1. Frekuensi Pribadi (rad/dtk) kantilever



Dari grafik 1, terlihat bahwa semakin bertambah jumlah elemen pada poros maka semakin berkurang nilai frekuensi pribadi untuk ketiga modusnya. Hasil perhitungan nilai frekuensi pribadi pada enam elemen mendekati perhitungan secara eksak.

Faktor kesalahan (error) pada poros yang terbagi atas 3 elemen didapatkan nilai error terbesar yaitu 20,06% pada mode 3, frekuensi pribadinya adalah 25077 radian/detik. Dengan bertambahnya pembagian jumlah elemen pada poros (4, 5, dan 6 elemen) maka frekuensi pribadinya semakin berkurang serta mendekati perhitungan dengan eksak. Nilai error terendah pada poros yang terbagi atas 6 elemen pada mode 1, yaitu, 0,3592% yang mana frekuensi pribadinya adalah 4191 radian/detik.

Hasil perhitungan numerik dan eksak untuk sistem jepit-jepit dibuat dalam bentuk tabel sebagai berikut,

DAFTAR PUSTAKA

- Away, Gunaidi A. 2006. *The Shortcut of MATLAB Programming*. Informatika Bandung.
- Clough, Ray and Penzien, J. 1975. *Dynamics of Structures*. Mc Graw Hill Inc. Hamburg, Gunt. 2004. *Torsional Vibration Apparatus*. (Online). (<http://www.gunt.de> diakses 8 Maret 2007).
- Harsokoesoemo, D dan Soemantri, S. *Metode Elemen Hingga*. Diklat. Laboratorium Perancangan Mesin Jurusan Mesin Institut Teknologi Bandung.
- Kelly, Graham S. 2000. *Fundamentals of Mechanical Vibration*. McGraw Hill, Inc.
- Meirovith, Leonard. 1986. *Elements of Vibration Analysis*. McGraw Hill, Inc.
- Palm, William. 2001. *Introduction to MATLAB 6 for Engineers*. Mc Graw Hill International Inc.
- Paz, Mario .1985. *Structural Dynamic Theory and Computation, 2nd edition*. Van Nostrand Reihold com.Inc.
- Robert, K.V.1995. *Analisis Getaran*, PT. Eresco, Bandung
- Seto, W. W. 1989. *Teory and Problems of Mechanical Vibration*. Mc Graw Hill. Inc
- Susantio, Yerri. 2004. *Dasar-dasar Metode Elemen Hingga*. PT. Andi Yogyakarta.
- Szenasi, Fred. 1999. *Torsional Analysis of Variable Frequency Drives*. Artikel. San Antonio, Texas. USA
- Thomson, W.T. 1993. *Teory of Vibration with Application, 4th edition*. Prentice-Hall, USA
- Timoshenko, 1997. *Mechanics of Material 4th edition* . Thomson Publishing Inc.
- Wani, Nitin Y. 2004. *Finite Element Model Correlation of an Automaotive Propshaft with Internal and External Dampers*. Jurnal. Transmission and Driveline Symposium 2004. (Online) (<http://www.sae.org> diakses 7Januari 2007).

GETARAN TORSI PADA POROS



Buku ini bertujuan untuk menghitung getaran torsi pada poros bulat yang merupakan salah satu bagian dari sistem dinamis pada sebuah mekanisme atau mesin. Komponen poros ini dianalisis dengan metode numerik. Untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat maka bisa dilakukan dengan bantuan program komputer agar memudahkan untuk sistem lebih kompleks.

Untuk analisis sifat-sifat getaran torsi dipilih menggunakan metode elemen hingga. Sebagai pembanding untuk mengetahui keakuratan hasil maka perlu dilakukan analisis secara eksak. Pada metode elemen hingga, poros dibagi atas beberapa elemen kecil berhingga untuk memperoleh jawaban pendekatan sedangkan untuk eksak digunakan penyelesaian matematika berupa persamaan differensial parsial. Sifat dinamis poros yang dianalisis adalah frekuensi pribadi (n) dan modus getar (l) pada dua kondisi sistem yakni, jepit-jepit dan jepit-bebas (kantilever). Program yang digunakan untuk penyelesaian metode elemen hingga yaitu program MATLAB versi 6.5 dan software ABAQUS.



✉ literasinusantaraofficial@gmail.com
🌐 www.penerbitlitnus.co.id
📖 Literasi Nusantara
📞 literasinusantara_
📞 085755971589

Teknik

+17

ISBN 978-634-234-848-2



9 786342 348482